kennisnet.

Centrum voor Mondiaal Onderwijs

PER DAG-WIJZER

GETALLENSTELSELS

18 oktober

Inleiding
Op 18 oktober 1871 sterft Charles Babbage. Hij wordt beschouwd als vader van de moderne computer. In 1821 ontwierp hij de eerste werkende automatische rekenmachine. Veertien jaar later bedacht hij de Analytical Engine, een voorloper van de computer.

Doelgroep
Leerlingen in de basisvorming van het voortgezet onderwijs (13-15 jaar).

Doelstellingen
- De leerlingen weten wie Charles Babbage was en wat zijn bijdrage aan de computertechnologie was.
- Zij hebben bovendien inzicht in de werking van verschillende getallenstelsels.

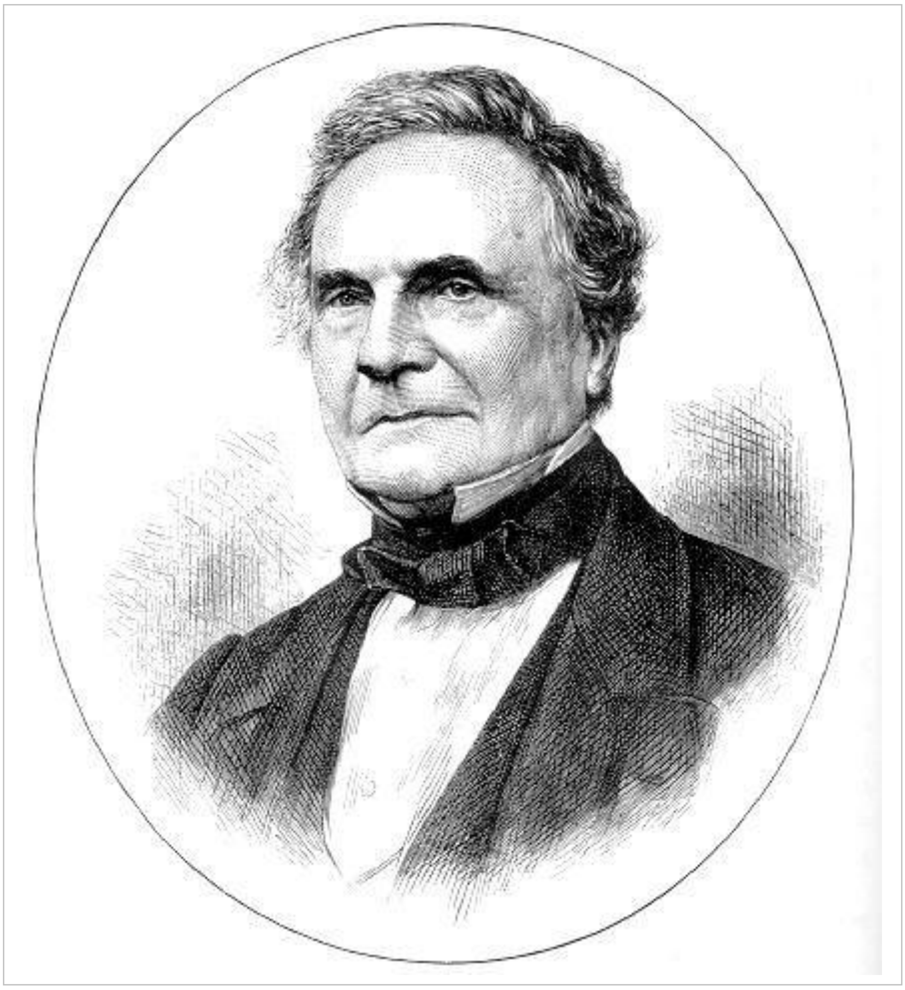
Vakken en kerndoelen
Wiskunde
Domein A: Rekenen, meten en schatten
1. De leerlingen kunnen problemen oplossen, waarbij zij om uitkomsten te berekenen, kunnen kiezen tussen hoofdrekenen, de zakrekenmachine, handig rekenen of cijferen.
   Zij kunnen daarbij herkennen welke bewerkingen aan de orde zijn en de daarbij noodzakelijke berekeningen correct uitvoeren.

Informatiekunde
Domein B: Gegevensverwerkende systemen
4. De leerlingen kunnen een functionele beschrijving geven van gegevensverwerkende systemen in het algemeen en kennen in het bijzonder basisprincipes van de werking van een computer en geautomatiseerde gegevensverwerking. Ze kennen naast de mogelijkheden ook beperkingen van computers.

Geschiedenis
Domein A: Geschiedkundige vaardigheden
2. De leerlingen kunnen ordening aanbrengen in historische gebeurtenissen, verschijnselen, ontwikkelingen en personen.

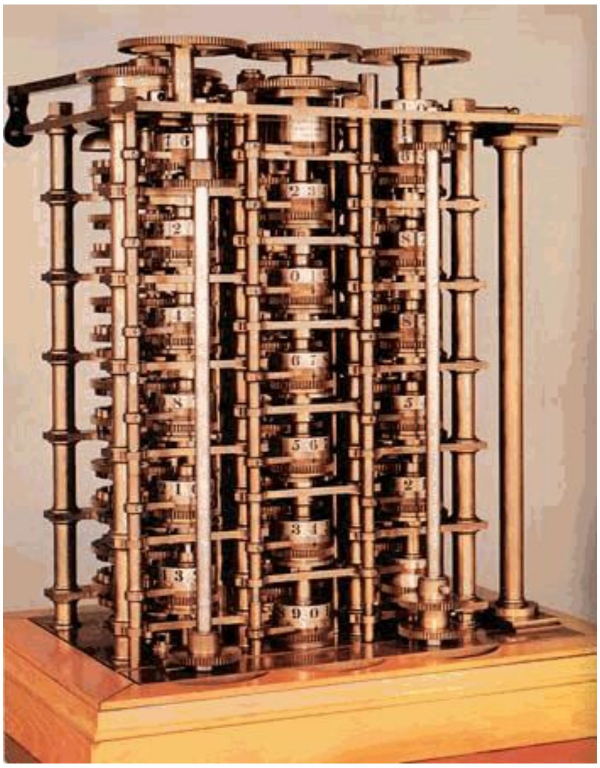
Dank
Mark Millmore gaf toestemming voor het overnemen van de afbeeldingen van de Egyptische cijfers.

GETALLENSTELSELS



Wie was Charles Babbage?
De Engelse wiskundige Charles Babbage (1791-1871) ontwerpt in 1821 de Difference Engine, een ingewikkelde rekenmachine waarmee tabellen gemaakt kunnen worden. Rond 1835 ontwerpt hij een nog ingewikkelder apparaat, de Analytical Engine. Dit is een reusachtig, door stoomkracht aangedreven, apparaat dat beschouwd kan worden als de voorloper van de computer. De machine beschikt over een geheugen, een besturingssysteem en een opslagsysteem. Door geldgebrek en gebrek aan technische mogelijkheden is de Analytical Engine echter nooit gebouwd.

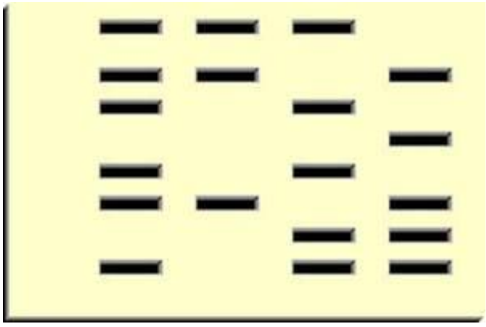
Charles Babbage is op tweede kerstdag 1791 in Londen geboren als zoon van een bankier. Hij leert zichzelf algebra en gaat in 1811 wiskunde studeren aan de universiteit van Cambridge. In 1828 wordt hij daar professor in de wiskunde. In 1821 ontwerpt hij de Difference Engine, een rekenmachine waarmee onder andere wiskundige tabellen berekend kunnen worden. De onderdelen van deze machine moesten zo nauwkeurig gemaakt worden dat de machine nooit voltooid werd. Slechts een deel ervan werd gebouwd en werkt nog steeds. In 1991 voltooit een team van het Science Museum in Londen een volledig functionele 'Difference Engine' nr. 2. Het gevaarte weegt 3000 kilo en bestaat uit 4000 (bewegende) onderdelen. Het apparaat kan berekeningen uitvoeren tot 31 cijfers achter de komma.
Het principe van de Difference Engine berust op constante verschillen tussen getallen. In onderstaande tabel staan in kolom A de kwadraten van opeenvolgende natuurlijke getallen (1, 2, 3, 4, 5 enzovoort). In kolom B staan de verschillen tussen die opeenvolgende kwadraten en in kolom C de verschillen van die eerste verschillen.



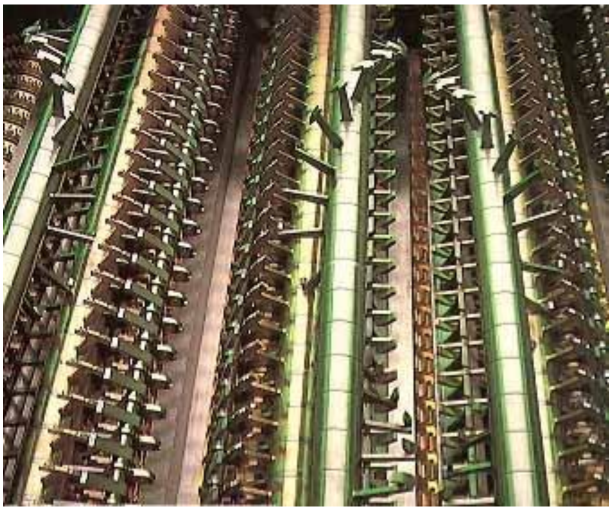
Een deel van de gereconstrueerde Difference Engine van Charles Babbage

A: kwadraten	B: eerste verschillen	C: tweede verschillen
1	3	
4	5	2
9	7	2
16	9	2
25	11	2
36		

Op deze manier is het mogelijk kwadraten te berekenen door middel van simpele optellingen: het kwadraat van 6 (=36) is gelijk aan het vorige kwadraat (5 x 5 = 25) + het eerste verschil tussen 25 en 36 (11). En dat is weer te berekenen door het vorige verschil te nemen (9) + het constante verschil (2). Het kwadraat van 7 (= 49) is dus gelijk aan 36 + 11 + 2.



Jaren later, in 1834, bedenkt hij een machine die elke mogelijke wiskundige berekening zou kunnen uitvoeren: de Analytical Engine, een soort programmeerbare computer. Dit apparaat is voorzien van een opslagmechanisme (een 'harde schijf'), een besturingssysteem en een rekeneenheid (de 'centrale processor'). De programmering vindt plaats door middel van ponskaarten, kartonnen kaarten met gaten erin waardoor bepaalde onderdelen van de machine in werking werden gezet (zie hiernaast). Ongeveer op dezelfde manier waarop ouderwetse draaiorgels werken. Dit apparaat zou aangedreven moeten worden door stoomkracht en werkt volledig mechanisch via een ingewikkeld stelsel van tandwielen, assen en palletjes. Ook deze machine is nooit gebouwd. De Britse regering was huiverig voor de enorme kosten die de bouw van een dergelijk ingewikkeld apparaat met zich mee zou brengen. Babbage blijft veranderingen en verbeteringen in zijn ontwerpen aanbrengen, maar raakt gaandeweg meer en meer teleurgesteld over het uitblijven van fondsen voor de daadwerkelijke constructie ervan.



Een deel van het mechanisme van de Difference Engine. De palletjes werden in beweging gezet door de gaten in de ponskaarten.

Babbage was niet alleen een wiskundige. Hij bedenkt ook het uniforme tarief voor brieven en poststukken en de standaard spoorbreedte. Ook publiceert hij verhandelingen over een nieuw belastingsysteem en het kiesstelsel. Hij sterft op 18 oktober 1871.

opdracht

1. In het tijdperk waarin Charles Babbage leefde, vonden grote veranderingen plaats in Groot-Brittannië. Hoe worden deze veranderingen ook wel genoemd?
2. De eerste werkende computers worden in de Tweede Wereldoorlog gebouwd. Dat zijn monsterlijke apparaten die wel 30.000 kilo wegen en een hele kamer in beslag namen. Pas in 1981 komt de eerste pc zoals we die nu kennen op de markt. Welk bedrijf ontwikkelde de pc?
3. PC's zijn eigenlijk domme apparaten. Ze hebben een 'motor' nodig om ze aan de praat te krijgen. Wie is er schatrijk geworden met de verkoop van besturingssystemen voor computers?

Getallen, tellen en rekenen
Van Isaac Newton wordt wel gezegd dat hij de zwaartekracht ontdekte toen hij onder een boom zat en er een appel op zijn hoofd viel. Maar hoe zit het met getallen? Waar komen die vandaan? Voor ons zijn getallen iets vanzelfsprekends. We gebruiken ze elke dag, bewust of onbewust. We staan er letterlijk mee op en gaan er mee naar bed. De tijd op je wekker wordt met getallen aangegeven. Telefoonnummers, prijzen, schoenmaten, sportuitslagen, afstanden, paginacijfers in een boek, overal zien we getallen om ons heen. En we kennen niet alleen gewone getallen maar ook bijzondere getallen: het gekkengetal, het ongeluksgetal, volmaakte getallen en gelukkige (en ongelukkige) getallen.

Maar de allereerste mensen hadden nog geen getallen. En zelfs nu nog zijn er geïsoleerd levende stammen die op dezelfde manier rekenen als veel kleuters: een, twee, veel. Leden van de Aranda-stam in Australië kenden maar twee cijfers: ninta (een) en tara (twee). Voor drie gebruikten ze tara-ma-ninta (twee plus een), voor vier tara-ma-tara (twee plus twee). Voor alles wat meer dan vier was hadden ze een woord dat veel betekende.

Stel je eens voor dat je alleen de getallen 'iets' en 'niets' hebt om mee te tellen. Dat is een makkie, veel wiskundig inzicht heb je daarvoor niet nodig:

iets + iets = iets
iets + niets = iets
niets + niets = niets

Een beetje ingewikkelder wordt het al met de getallen 'niets', 'weinig' en 'veel'. Je hebt nu al zes mogelijkheden. Kijk maar naar de volgende sommen.

niets + niets = niets
niets + weinig = weinig
niets + veel = veel
veel + veel = veel
weinig + veel = veel
weinig + weinig = ???

Die laatste rekensom is lastig. Want heel veel keren weinig moet toch ooit een keer veel worden.

De mensheid heeft in de loop der eeuwen tal van manieren ontwikkeld om te rekenen. De oudste reken-machine is de mensenhand. Maar daarmee kun je niet verder dan tot tien tellen.

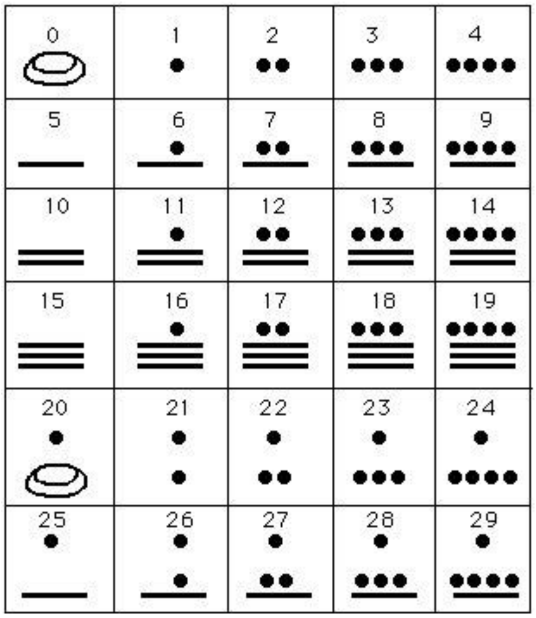
In ons spraakgebruik kennen we nog een uitdrukking die naar deze vorm van rekenen terugverwijst: 'dat kun je op je vingers natellen', of 'dat kun je op twee vingers natellen'.

Ons getalstelsel is gebaseerd op de cijfers een tot en met tien (de eenheden) en opeenvolgende hogere machten van 10. We noemen het dan ook het decimale of tiendelige stelsel.
Het getal 3287 is gelijk aan 3000 + 200 + 80 + 7, oftewel $3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^0$.

De cijfers van 10 tot 100 worden in de meeste West-Europese talen gevormd door een combinatie van een veelvoud van 10 met de cijfers 1 tot en met 9. Bijvoorbeeld 21 (eenentwintig) is een combinatie van 1 en 20 (= 2 x 10); 84 (vierentachtig) is een combinatie van 4 en 80 (= 8 x 10). Alleen de cijfers tussen tien en twintig vormen daarop een uitzondering: 11 (elf) en 12 (twaalf) hebben in de Nederlandse taal geen relatie met 1 of 2 en 10. 13 (Dertien = der (afgeleid van drie) + tien) en 14 (veer (afgeleid van vier) + tien) wel, en zo ook 15 t/m 19.
In het Frans houdt de 'afwijking' pas bij 17 (dix-sept: 10+7) op (kijk maar naar onze (11), douze (12), treize (13), quatorze (14), quinze (15), seize (16)).
Het Iers begint meteen bij 11 al met tien en een (a haon déag). Ook de Zulu's in Zuid-Afrika gaan zo te werk: 11 is ishumi nanye (10 + 1).

Gebruik je ook je tenen dan kun je al tot twintig tellen. Een aantal volken gebruikte daarom niet het tiendelig stelsel maar het twintigdelig stelsel. Onder andere de Kelten, de Maya's en de Azteken maakten hier gebruik van.
Overblijfsels van het twintigdelig stelsel vinden we ook in Europa. In het Frans wordt het getal 80 uitgesproken als quatre-vingts ofwel 4 maal 20, 70 is soixante-dix, drie twintigtallen plus tien.

Ook de Maya's in Zuid-Amerika gebruikten het twintigdelig stelsel met een bijzondere rol voor het getal 5. Het cijfer 10 wordt weergegeven als 2 x 5. Zij kenden al wel de nul.



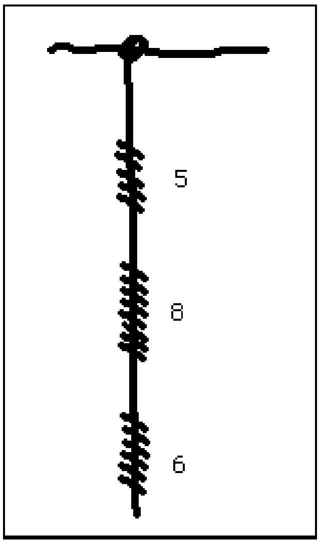
De getallen 0 tot en met 29 zoals de Maya's die schreven

Het zestigdelig stelsel lijkt onhandig (je rekent immers met veelvouden van zestig) maar we gebruiken het nog elke dag bij het meten van de tijd. Een uur is opgedeeld in 60 minuten en elke minuut is weer verdeeld in 60 seconden. Ook bij hoekmetingen werken we met zestigtallen (een cirkel is onderverdeeld in 360 (6 maal 60) graden). En ook de plaatsbepaling op aarde wordt uitgedrukt in graden. De afstand van de evenaar tot de beide polen is verdeeld in negentig graden, elke graad is weer onderverdeeld in zestig minuten en die weer in zestig seconden). De 'horizontale' afstand wordt gemeten aan de afstand tot de nulmeridiaan die van noordpool naar zuidpool loopt via het Engelse plaatsje Greenwich. Zo ligt vliegveld Lelystad op 52º, 27' en 37" noorderbreedte (52 graden, 27 minuten en 37 seconden) en op 5º, 31' en 38" oosterlengte. Deze manier van tellen is een overblijfsel van het Babylonische 60-tallig stelsel.

Een van de oudste manieren om getallen vast te leggen is het kerven van streepjes op een houten stok. Ieder streepje is een eenheid. Deze kerfstokken zijn al bekend uit de steentijd. En ze werden nog gebruikt tot in de vorige eeuw om schulden te noteren. Schuldeiser en schuldenaar hadden elk een zelfde stok. Elke schuld werd op dezelfde manier op beide stokken gekerfd om fraude tegen te gaan. Veel op zijn kerfstok hebben, betekent dus oorspronkelijk veel schulden hebben.

Al iets handiger is een aanpak die nog steeds gebruikt wordt: turven. Elke eenheid (koeien, zakken aardappels, dozen met dvd-spelers) wordt weergegeven door een verticaal streepje. Vier streepjes met een vijfde er dwars doorheen stelt een groepje van vijf eenheden voor.

De Inca's in Zuid-Amerika vormden een hoog ontwikkelde beschaving maar konden niet lezen of schrijven. Toch ontwikkelden zij een systeem om getallen te noteren. Er moest immers wel belasting geheven worden. Zij legden getallen vast door middel van knopen in een touw, quipu geheten. Ze gebruikten daarvoor een tiendelig stelsel. Het getal 586 werd bijvoorbeeld als volgt genoteerd (zie hiernaast): de 6 (eenheden) werd voorgesteld door zes knopen aan de onderkant van het touw. De 8 (tientallen) bestond uit 8 knopen boven de eenheden, gescheiden door een leeg stukje. De 5 (honderdtallen) bestond uit 5 knopen daar weer boven, eveneens gescheiden door een leeg stukje. De getallen werden dus van boven naar beneden 'gelezen'. Door middel van kleuren werd aangegeven waar het betreffende getal op sloeg (aantal schapen, de hoeveelheid vonnissen die een rechter per maand uitsprak, het aantal inwoners van een plaats, enzovoorts).



1. Zoek in de Bosatlas je eigen woonplaats op en noteer (bij benadering) de coördinaten ervan.
2. Onderzoek hoe lang je er over doet om van huis naar school te fietsen. De gemiddelde snelheid van een fietser is 15 kilometer per uur. Reken nu uit hoe groot de afstand van huis naar school bedraagt.
3. Wat is het gekkengetal en noem een voorbeeld waarbij het gebruikt wordt.
4. Bereken

 + 

Getallenstelsels

Wij kennen allemaal het tiendelig stelsel. Zoals je misschien weet werken computers met een tweetallig stelsel oftewel een binair stelsel. In dat stelsel kennen getallen maar twee waarden: 0 of 1. De nullen en enen worden bits genoemd (van het Engelse **b**inary dig**it**, binair cijfer). Computergeheugens bestaan uit cellen die 8 bits kunnen bevatten. Zo'n geheugencel heet een byte. Met 8 bits kun je 256 verschillende combinaties van acht enen en nullen maken (van 00000000 tot en met 11111111). In principe wordt elke letter, cijfer en leesteken weergegeven door één van die 256 combinaties van enen en nullen. Bijna alle computerprogrammeurs maken gebruik van de ASCII-code (American Standard Code for Information Interchange). Elk getal van 0 tot en met 255 is daarin gekoppeld aan een cijfer, letter of leesteken. Als je op je toetsenbord de hoofdletter E indrukt, toets je de decimale waarde 69 in, ofwel het binaire getal 01000101. Wil je de kleine letter e hebben dan gebruik je de decimale waarde 101, ofwel binair: 01100101. Een ë is nummer 137, binair 10001001.

Als je op je toetsenbord de NumLock toets indrukt en daarna de Alt-toets ingedrukt houdt terwijl je op het numerieke deel van je toetsenbord (rechts) een cijfer tussen 32 en 126 intikt krijg je het corresponderende teken te zien. 'Bah, huiswerk!' Is achtereenvolgens Alt+66, Alt+97, Alt+104, Alt+44, Alt+32 (spatie), Alt+104, Alt+117, Alt+105, Alt+115, Alt+119, Alt+101, Alt+114, Alt+107, Alt+33. Dat schiet niet erg op, dus het is maar goed dat de programmeurs die code 'onder' je toetsenbord hebben verborgen.

Je kunt zelf ook getallen omzetten van een decimaal stelsel naar een binair stelsel en omgekeerd. Daarvoor moet je weten dat in het binaire stelsel gewerkt wordt met machten van 2:

$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
$2^5 = 32$	$2^6 = 64$	$2^7 = 128$	$2^8 = 256$	$2^9 = 512$

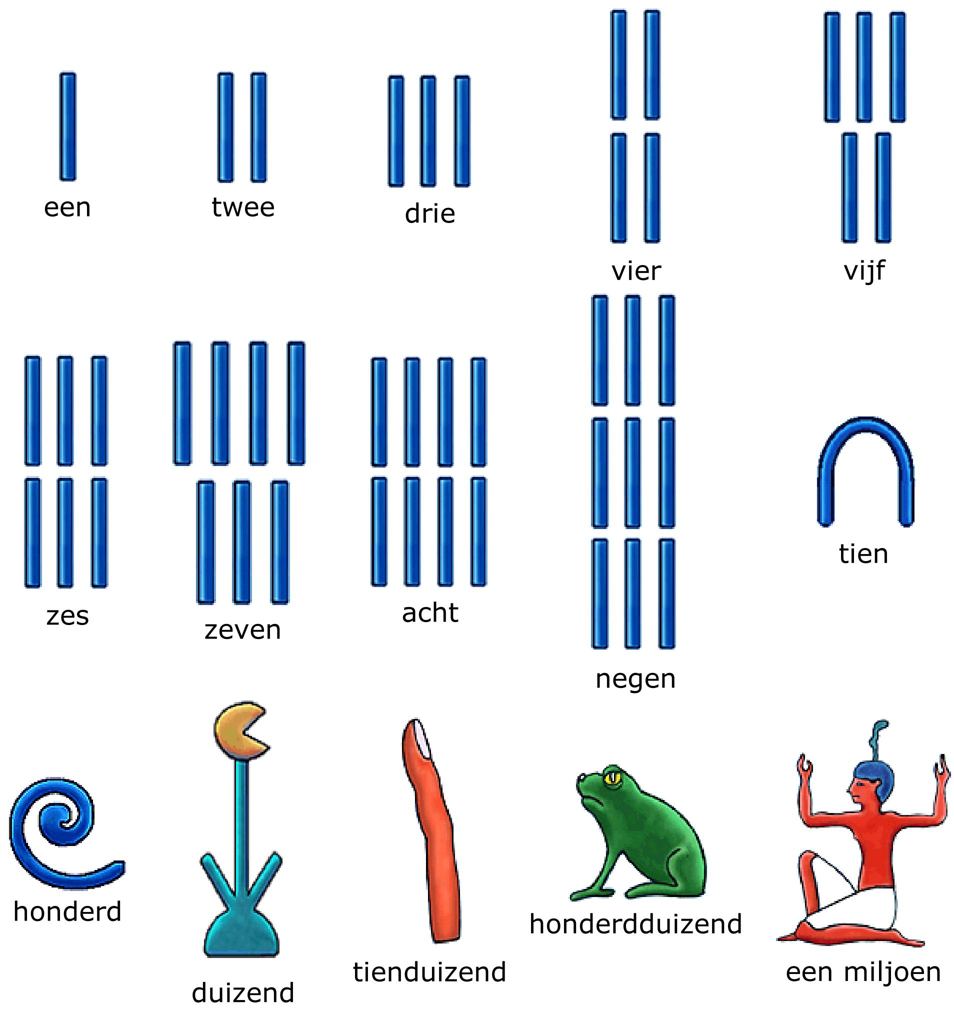
Stel dat je het getal 25 wilt omrekenen naar een binair getal. Daarvoor moet je eerst zoeken naar de macht die het dichtst onder 25 ligt. Dat is $2^4 = 16$

$2^4 = 16$		>	**1** x $2^4 = 16$	>	nog 9
$2^3 = 8$		>	**1** x $2^3 = 8$	>	nog 1
$2^2 = 4$	te veel	>	**0** x $2^2 = 0$	>	nog 1
$2^1 = 2$	te veel	>	**0** x $2^1 = 0$	>	nog 1
$2^0 = 1$		>	**1** x $2^0 = 1$	>	klaar

Het decimale getal 25 is dus gelijk aan het binaire getal 11001.
Omgekeerd kun je ook binaire getallen omrekenen naar decimale getallen. Bijvoorbeeld het binaire getal 101001:
1 x 2^5 + **0** x 2^4 + **1** x 2^3 + **0** x 2^2 + **0** x 2^1 + **1** x2^0 = 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 41

Naast het tiendelig en tweetallig stelsel bestaan er nog andere stelsels. Bijvoorbeeld het twaalftallig stelsel. Nog niet zo lang geleden werd dat nog in het Britse muntstelsel gebruikt. Een pond sterling was onderverdeeld in twintig shillingen en elke shilling was twaalf pence. Ook bij lengtematen werd het gebruikt: 12 duim (inch) was een voet (foot). En ook bij ons kennen we het nog in de begrippen dozijn (12) en gros (12 x 12 = 144).

Het zestigtallig stelsel bestaat al minstens 4000 jaar en stamt uit Babylonië, het huidige Irak. De Babyloniërs gebruikten twee cijfers: de spijker (1) en de winkelhaak (10). Het getal 47 schreven ze als 4 winkelhaken, gevolgd door 7 spijkers. Voor het getal 60 gebruikten zij ook een spijker. Het getal 400 schreven ze dan als 6 x 60 plus 40: zes spijkers en vier winkelhaken. Omdat de Babyloniërs de nul niet kenden was het soms niet makkelijk om uit te maken of een spijker nu 1 of 60 voorstelde. Pas meer dan duizend jaar later voerden zij de nul in bij hun sterrenkundige berekeningen. Zij beschouwden de hemel als een cirkel en verdeelden die in 360 graden. Zoals je al hebt gezien, gebruiken wij nog steeds regelmatig het Babylonische stelsel.
Ook de oude Egyptenaren kenden al een tiendelig stelsel. Omdat ze de nul niet kenden gebruikten ze voor grote getallen een symbool. Voor de cijfers 1 tot en met 9 gebruikten ze streepjes.



Ons talstelsel is een positiesysteem. Dat betekent dat de waarde van een cijfer afhangt van zijn plaats in het getal. Met de cijfers 3 en 9 kun je twee verschillende getallen schrijven: 39 en 93. In 39 staat de 3 voor drie tientallen (3 x 10) en de 9 voor negen eenheden (9 x 1). In het getal 93 is dat precies omgekeerd (9 x 10 en 3 x 1). Een Indiase sterrenkundige uit de vijfde of zesde eeuw na Christus kwam op het lumineuze idee om een speciaal symbool voor 0 in te voeren en dat te combineren met de cijfers 1 tot en met 9.

Hoe reken je in een niet-positiestelsel? Probeer maar eens te vermenigvuldigen met Romeinse cijfers. Bijvoorbeeld XVII x LVI.

X x L = D
X x V = L
X x I = X
V x L = CCL
V x V = XXV
V x I = V
I x L = L
I x V = V
I x I = I
I x L = L
I x V = V
I x I = I

Opgeteld is dat DCCLLLLXXXVVVVII. Vereenvoudigen vanaf rechts: VVVV = XX, XXX+ XX = L, LLLL + L = CCL. Je krijgt uiteindelijk DCCCCLII = 952. Makkelijk is anders.

1. Hoeveel is een gros?
2. Reken het decimale getal 54 om naar een binair getal.
3. Reken het binaire getal 110011 om naar een decimaal getal.
4. Bereken de binaire waarden van het woord 'Bah!' (inclusief uitroepteken).
5. Voor de bouw van 3 piramiden heb je 13.893 stenen nodig. Hoeveel stenen heb je dan nodig voor 5 piramiden?
6.

Een Egyptenaar wil in zijn tuin een piramide bouwen voor zijn kat. Zijn tuin is

meter breed en

meter lang. Hij heeft ook nog

geiten die elk

vierkante meter land nodig hebben en

kamelen die elk

vierkante meter nodig hebben. De voet van de piramide is vierkant. Wat is de maximale lengte van de piramide?

Bijzondere getallen

We kennen allemaal de zogenaamde **natuurlijke getallen** (1, 2, 3, 4 enzovoort), de **gehele getallen** (de natuurlijke getallen aangevuld met 0, -1, -2, -3 enzovoort) en **rationale getallen** (breuken). Maar we kennen ook het **geluksgetal**, het **ongeluksgetal** en het **gekkengetal**. In veel culturen wordt het getal 7 beschouwd als een heilig getal. Dat getal komt op veel plaatsen in de bijbel voor. Getallen kunnen zelfs vrouwelijk (even) of mannelijk (oneven) zijn. Daarnaast zijn er in de wiskunde ook nog perfecte of volmaakte getallen, maar ook gelukkige getallen en bevriende getallen.

Bevriende getallen zijn getallen die gelijk zijn aan de som van elkaars delers. Dat klinkt ingewikkeld, maar is het niet. Neem de bevriende getallen 220 en 284. De delers van 220 zijn 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 en 110. Opgeteld: 284. De delers van 284 zijn: 1, 2, 4, 71 en 142. Samen 220. Veel bevriende getallen zijn er niet. In 1836 ontdekt de beroemde wiskundige Fermat een tweede paar: 17.296 en 18.416. In 1866 ontdekt de violist Paganini dat 1.184 en 1.210 ook bevriend zijn. Inmiddels zijn er tien-duizenden paren bevriende getallen bekend.

Paganini

Een **volmaakt getal** is bevriend met zichzelf. Volmaakte getallen zijn getallen waarvan de som van de delers gelijk is aan het getal zelf. Er zijn maar weinig volmaakte getallen, 6 is het eerste (1+2+3), daarna krijgen we 28 (1+2+4+7+14). Dan wordt het moeilijker. Onder de 1000 is er nog maar één volmaakt getal, namelijk 496. Op dit moment zijn er ongeveer 30 volmaakte getallen bekend.

Gelukkige getallen zijn als volgt samengesteld: neem van een geheel getal groter dan 0 de afzonderlijke cijfers en bereken daarvan de kwadraten. Tel deze kwadraten op en neem opnieuw de afzonderlijke cijfers. Kwadrateer die ook en tel de uitkomst op net zolang tot je op 1 uitkomt. Als dat lukt is het oorspronkelijke getal een gelukkig getal. Als je op een ander cijfer uitkomt dan is het oorspronkelijke getal ongelukkig. Voorbeeld: 86. Dit getal bestaat uit de cijfers 8 en 6; het kwadraat van 8 (64) en 6 (36) opgeteld levert 100 op. Het kwadraat van 1 (1), 0 (0) en 0 (0) = 1. Dus is 86 een gelukkig getal. Een ander gelukkig getal is 97: $9^2 + 7^2 = 130$; $1^2 + 3^2 + 0^2 = 10$; $1^2 + 0^2 = 1$.

1. Bereken de delers van de bevriende getallen van Paganini.
2. Bereken de delers van het eerstvolgende volmaakte getal na 496 (8128).
3. Reken uit of de volgende getallen gelukkig of ongelukkig zijn: 19, 54, 82, 229.
4. Is het ongeluksgetal een gelukkig of een ongelukkig getal?

Handleiding

Wie was Charles Babbage?
Deze paragraaf gaat over de persoon Charles Babbage en zijn twee belangrijkste vindingen, de Difference Engine en de Analytical Engine.

1. Charles Babbage leefde in de bloeiperiode van de industriële revolutie.
2. IBM (International Business Machines) bracht als eerste de moderne pc op de markt.
3. Bill Gates van Microsoft.

Getallen, tellen en rekenen
Getallen waren er niet altijd. Maar hoe ingewikkelder de samenleving, hoe groter de noodzaak om het samen leven te ordenen door middel van getallen. Dag of nacht, vroeg of laat volstaat niet meer. Tegenwoordig moeten we tot op de seconde exact de tijd bepalen. In de winkel wordt tot op de cent nauwkeurig, twee cijfers achter de komma, afgerekend. Door de eeuwen heen en in verschillende samenlevingen zijn verschillende manieren ontwikkeld om te rekenen.

1. -
2. -
3. 11. Het wordt onder andere geassocieerd met carnaval (Raad van Elf).
4. 8 + 13 = 21 = 

Getallenstelsels
Het twaalftallig stelsel, het zestigtallig stelsel, het tiendelig stelsel en het tweetallig of binair stelsel worden hier besproken. De nadruk ligt op het binaire stelsel omdat dat in computers gebruikt wordt.

1. Een gros is 144 (12 x 12).
2. 110110.
3. 51.
4. 1000010, 1100001, 1101000, 100001.
5. 23.155 (13.893 : 3) x 5.
6. 20 (30 x 35 = 1050 m□; 10 x 35 = 350 m□; 3 x 100 = 300 m□; blijft over 400 m□ = 20 x 20).
   In Egyptische cijfers:  (20).

Bijzondere getallen
Hier gaan we dieper in op enkele bijzondere getallen: getallen die bepaalde eigenschappen bezitten: bevriende getallen, volmaakte getallen en gelukkige getallen.

1. Delers van 1184: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 37, 74, 148, 296, 592, delers van 1210: 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110, 121, 242, 605.
2. 8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064
3. 19 is een gelukkig getal, 54 is ongelukkig, 82 is gelukkig en 229 is ongelukkig.
4. Gelukkig: 1□ + 3□ = 10; 1□ + 0□ = 1.

Meer informatie op internet
http://www.ex.ac.uk/BABBAGE/
The Babbage Pages

http://vmoc.museophile.sbu.ac.uk/babbage/
Charles Babbage (1791-1871)

http://www.wiskundeweb.nl/index.html
Wiskundeweb

http://www.fourmilab.ch/babbage/
The Analytical Engine

http://www.wisfaq.nl/
WisFaq!

http://www.eyelid.co.uk/numbers.htm
Mark Millmore's Ancient Egypt

http://news.bbc.co.uk/1/hi/sci/tech/710950.stm
Reconstructie Difference Engine