

Domein

1. Analyse

Categorie

5. Differentiaalvergelijkingen

Omschrijving

De startbekwame docent kent en begrijpt de volgende concepten: een differentiaalvergelijking als verband tussen grootheid en verandering, continu en discreet model, richtingsveld en beginvoorwaarde.

De startbekwame docent kan:

- bij een daartoe geschikt probleem een discreet model opstellen en verklaren;
- bij een daartoe geschikt probleem een continu model opstellen en verklaren, en zo nodig het continue model afleiden uit een discreet model door verkleining van de stapgrootte; in het bijzonder bij het exponentiële, asymptotische en logistische model; concrete voorbeelden: griep epidemie, afkoelproces, populatiegroei;
- een differentiaalvergelijking oplossen met de methode 'scheiden van variabelen';
- uit de algemene oplossing van een differentiaalvergelijking de oplossing afleiden die past bij de randvoorwaarde;
- controleren door substitutie of een gegeven kromme oplossingskromme is van een differentiaalvergelijking;
- een richtingsveld tekenen;
- van het richtingsveld de betekenis en het verband met de oplossingskrommen duiden;
- gebruik maken van geschikte ICT-hulpmiddelen om modellen door te rekenen en eigenschappen van uitkomsten en oplossingen te onderzoeken.

Capita selecta

- integratiefactor;
- isoclinen en orthogonale trajectorieën;
- stelsels differentie- en differentiaalvergelijkingen, tijdgrafieken en fasegrafiek;
- tweede-orde differentiaalvergelijkingen;
- uniciteit en existentie.

Voorbeelden

Opgave 1

Gegeven is de differentiaalvergelijking $\frac{dy}{dx} = 2xy^2$.

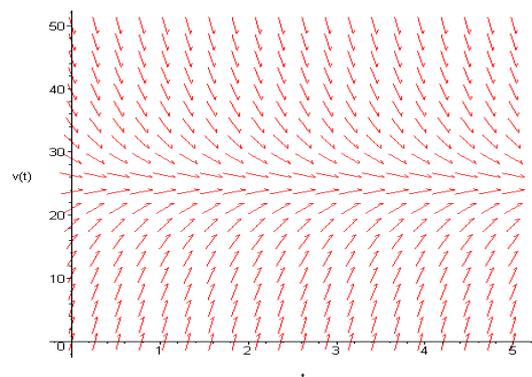
- Toon door substitutie aan dat $y = \frac{-1}{x^2}$ een oplossing is van de gegeven differentiaalvergelijking.
- Zijn de lijnen met vergelijking $x = 0$ en $y = 0$ oplossingen van de differentiaalvergelijking?
- Leid de algemene oplossing af van de differentiaalvergelijking. Bepaal vervolgens de oplossing bij randvoorwaarde $y(0) = 1$.

Opgave 2

Iemand bevindt zich op grote hoogte boven het aardoppervlak en laat daar een voorwerp los. Het voorwerp valt recht naar beneden. De snelheid van het vallende voorwerp voldoet aan de

differentiaalvergelijking $\frac{dv}{dt} = 50 - 2v$

Hierin is t de tijd in seconden vanaf het moment dat het voorwerp wordt losgelaten en v de snelheid in meter per seconde. De valsnelheid op $t = 0$ is 0 m/s. Hiernaast is een gedeelte van het bijbehorende richtingsveld afgebeeld.



- a) Ga na of uit bovenstaand richtingsveld kan worden opgemaakt of de volgende uitspraken waar zijn:
- 1) De snelheid van het voorwerp blijft toenemen, tot het voorwerp op de grond komt.
 - 2) De snelheid van het voorwerp, vlak voordat het op de aardbodem neerkomt, is ca. 25 m/s.
- b) Bepaal de oplossing van de differentiaalvergelijking en ga na of daaruit volgt dat de twee uitspraken, genoemd in a) waar zijn.