

Rakende cirkel

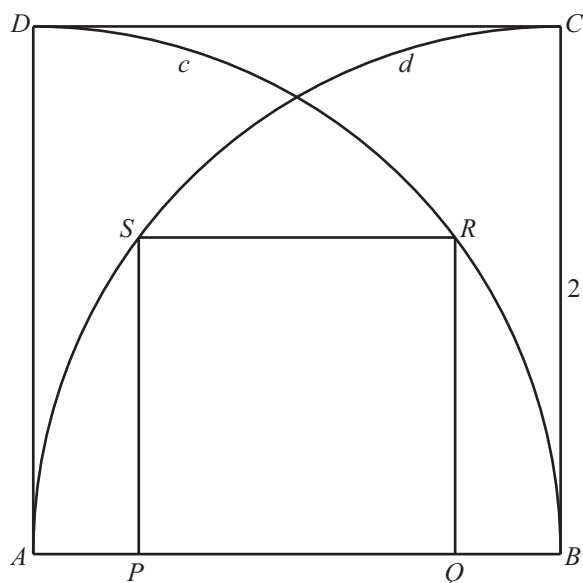
Gegeven is het vierkant $ABCD$ met zijde 2. Zie figuur 1.

In dit vierkant zijn getekend:

- de kwartcirkel c met middelpunt A en eindpunten B en D ;
- de kwartcirkel d met middelpunt B en eindpunten A en C ;
- het vierkant $PQRS$ met P en Q op AB , R op c en S op d .

Er geldt: $PQ = \frac{6}{5}$

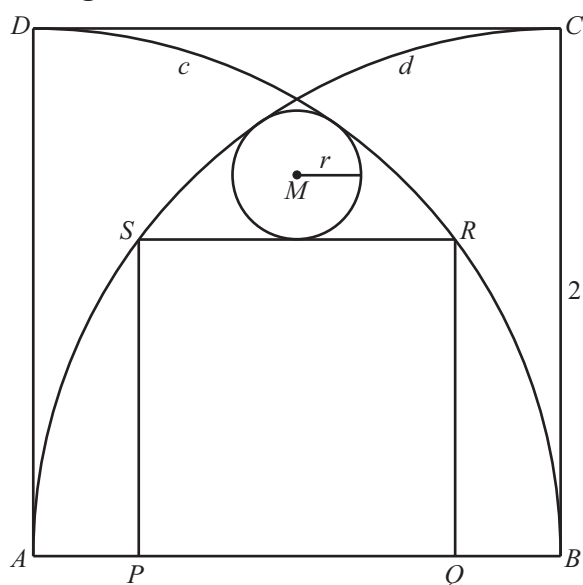
figuur 1



- 5p 11 Toon dit op algebraïsche wijze aan, bijvoorbeeld met behulp van driehoek AQR .

Aan de tekening in figuur 1 is een cirkel met middelpunt M en straal r toegevoegd, die RS en de beide kwartcirkels raakt. Zie figuur 2.

figuur 2



- 6p 12 Bereken exact de straal r .

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Rakende cirkel

11 maximumscore 5

- Noem $PQ = x$. Dan geldt: ($AB = 2$ en $AP = QB$ dus) $AP = 1 - \frac{1}{2}x$ 1
- Hieruit volgt $AQ = 1 + \frac{1}{2}x$ 1
- De stelling van Pythagoras toepassen in driehoek AQR geeft
 $(1 + \frac{1}{2}x)^2 + x^2 = 2^2$ 1
- Dit geeft $5x^2 + 4x - 12 = 0$ 1
- Dan volgt $x = \frac{6}{5}$ ($x = -2$ vervalt) (en dus $PQ = \frac{6}{5}$) 1

12 maximumscore 6

- In driehoek AMT , waarbij T de loodrechte projectie van M op AB is, geldt $AM = 2 - r$ en $MT = \frac{6}{5} + r$ 2
- De stelling van Pythagoras toepassen in driehoek AMT geeft
 $(2 - r)^2 = 1^2 + (\frac{6}{5} + r)^2$ 1
- $4 - 4r + r^2 = 1 + \frac{36}{25} + \frac{12}{5}r + r^2$ 1
- Dit geeft $-\frac{32}{5}r = -\frac{39}{25}$ 1
- Het antwoord: $r = \frac{39}{160}$ 1