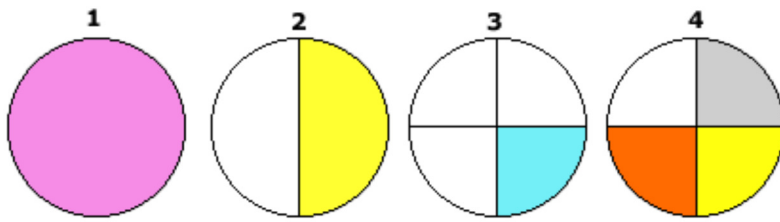


Rekenen met breuken



Willem van Ravenstein | <http://www.wiswijzer.nl> | bijgewerkt op 18 januari 2022

✓  **Rekenen met breuken**

Willem

Inhoudsopgave

1. Optellen en aftrekken
2. Vermenigvuldigen
3. Delen
4. Machtsverheffen
5. Worteltrekken
6. Groter, kleiner of gelijk
7. Procenten
8. Kommagetallen

1. Optellen en aftrekken

Om breuken op te tellen of af te trekken maak je de breuken **gelijknamig**.
Gelijknamig maken wil zeggen dat je zorgt voor 'gelijke noemers':

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

Om de breuken met 'derden' en 'vijfden' gelijknamig te maken kan je als noemer '3×5' nemen. Soms kan het met een kleiner getal.

$$\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$$

Je gebruikt bij het gelijknamig maken de rekenregel dat je teller en noemer met hetzelfde getal mag vermenigvuldigen of delen. De waarde van de breuk blijft dan hetzelfde. Je gebruikt deze regel ook bij het vereenvoudigen van breuken.

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Je kunt breuken ook van elkaar aftrekken:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Optellen en aftrekken van samengestelde breuken

$$2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{4} = 2\frac{12}{20} + 1\frac{5}{20} = 3\frac{17}{20}$$

$$2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{12}{20} - 1\frac{5}{20} = 1\frac{7}{20}$$

Soms moet je bij optellen nog de helen uithalen:

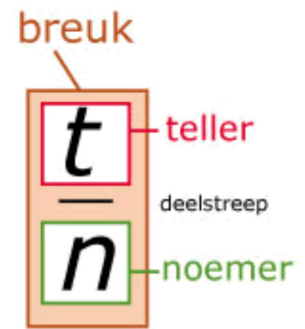
$$5\frac{4}{5} + 1\frac{3}{4} = 5\frac{16}{20} + 1\frac{15}{20} = 6\frac{31}{20} = 7\frac{11}{20}$$

Soms moet je bij aftrekken lenen:

$$7\frac{1}{5} - 1\frac{3}{4} = 7\frac{4}{20} - 1\frac{15}{20}$$

Lenen...!

$$7\frac{4}{20} - 1\frac{15}{20} = 6\frac{24}{20} - 1\frac{15}{20} = 5\frac{9}{20}$$

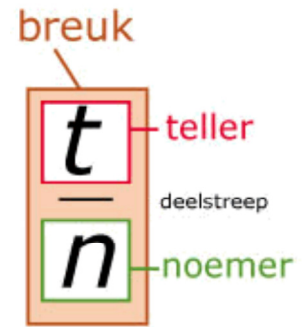


2. Vermenigvuldigen

Om breuken te vermenigvuldigen moet je de tellers en de noemers met elkaar vermenigvuldigen. Dus '**teller keer teller, noemer keer noemer**'.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Als je het antwoord kunt vereenvoudigen dan moet je dat natuurlijk doen.



Vermenigvuldigen met een geheel getal

Je kunt breuken ook vermenigvuldigen met een geheel getal.

$$4 \times \frac{2}{7} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

$$3\frac{3}{5} \times 6 = 18\frac{18}{5} = 21\frac{3}{5}$$

Samengestelde breuken

Bij het vermenigvuldigen van samengestelde breuken is het handig om de helen weg te werken.

$$4\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = \frac{14}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{154}{12} = 12\frac{5}{6}$$

Handig?

Soms is het handiger om teller en noemer door hetzelfde getal te delen. Die teller en die noemer mogen bij vermenigvuldigen best van een andere breuk zijn.

$$\frac{4}{15} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{15} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

3. Delen

Er zijn twee manieren waarop je breuken kunt delen. De eerste methode is **gelijknamig maken** en de tweede methode is gebruik maken van de regel '**delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde**'.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{6} = \frac{9}{12} : \frac{2}{12} = 9 : 2 = 4\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{1} = \frac{18}{4} = 4\frac{1}{2}$$

Delen met gehele getallen

$$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

of...

$$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} : \frac{15}{5} = 2 : 15 = \frac{2}{15}$$

...andersom:

$$7 : \frac{2}{3} = 7 \times \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$$

of...

$$7 : \frac{2}{3} = \frac{21}{3} : \frac{2}{3} = 21 : 2 = 10\frac{1}{2}$$

Samengestelde breuken

$$2\frac{4}{5} : 3\frac{3}{5} = \frac{14}{5} : \frac{18}{5} = 14 : 18 = \frac{7}{9}$$

$$3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2} = \frac{10}{3} : \frac{5}{2} = \frac{10}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{20}{15} = 1\frac{1}{3}$$

4. Machtsverheffen

Je kunt breuken optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen... Je kunt ook **machtsverheffen** met breuken.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$$

In plaats van de machten uit te schrijven kan je ook gebruik maken van deze regel:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

Dus:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$$

Bij **samengestelde breuken** is het handig om eerst de **helen** weg te werken:

$$\left(4\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{14}{3}\right)^2 = \frac{14^2}{3^2} = \frac{196}{9} = 21\frac{7}{9}$$

Vergeet niet (zoals altijd) de breuk te vereenvoudigen als dat kan.

5. Worteltrekken

Je kunt breuken optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en machtsverheffen. Je kunt ook de wortel trekken van breuken. Soms is het daarbij handig om de helen weg te werken. Je gebruik bij het worteltrekken deze regel:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Voorbeelden

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{121}{81}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{81}} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

Soms is het handig om de helen weg te werken:

$$\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

6. Groter, kleiner of gelijk

Soms is het 'handig' om te kunnen bepalen welke breuk groter of kleiner is. Dit kan (uiteraard) door de breuken gelijknamig te maken. Je kunt dan goed zien welke breuk het grootst is.

Welke breuk is het grootst? $\frac{3}{7}$ of $\frac{4}{9}$?

$$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$$

$\frac{4}{9}$ is groter...

Maar had dat niet handiger gekund?

Uitleg

Als je $\frac{1}{7}$ en $\frac{1}{9}$ hebt dan stellen we vast dat de tellers gelijk zijn, maar de noemer van $\frac{1}{9}$ is groter dus is $\frac{1}{9}$ kleiner. Conclusie: $\frac{1}{7}$ is groter.

Wat is groter? $\frac{1}{3}$ of $\frac{2}{5}$? Als je de breuken vergelijkt dan wordt bij de tweede de teller 2 keer zo groot, maar de noemer wordt minder dan 2 keer zo groot, dus dan moet $\frac{2}{5}$ wel groter zijn!

Ter controle: $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ en $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$, dus dat zit wel goed.

Wat is groter $\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{5}$? De teller wordt $1\frac{1}{2}$ keer zo groot, maar de noemer wordt meer dan $1\frac{1}{2}$ zo groot, dus $\frac{2}{3}$ is groter.

Dus ik bedoel maar...:-)

7. Procenten

Een andere manier om breuken te kunnen vergelijken is het werken met **procenten**. Letterlijk betekent 'procent' per honderd. Je maakt van breuken breuken met een noemer van 100. Zo is $\frac{1}{4}$ gelijk aan $\frac{25}{100}$. In plaats van $\frac{25}{100}$ schrijf je dan 25%. Op die manier kan je heel gemakkelijk breuken vergelijken:

Vraag:

Wat is groter $\frac{3}{4}$ of $\frac{4}{5}$?

Antwoord:

$\frac{3}{4} = 75\%$ en $\frac{4}{5} = 80\%$, dus $\frac{4}{5}$ is groter.

Handig...:-)

Jammer is dat je niet alle breuken zo 'mooi' in procenten kan omzetten. Zo is $\frac{1}{3}$ gelijk aan $33\frac{1}{3}\%$. Je krijgt dan een percentage met een breuk er in. Lekker is dat...:-)

Percentages naar breuken

Je kunt ook de omgekeerde weg bewandelen. Je kunt een percentage ook als breuk schrijven.

$$32\% = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$$

$$90\% = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

$$66\frac{2}{3}\% = \frac{66\frac{2}{3}}{100} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

Dus dat kan ook...

8. Kommagetallen

Je kunt breuken ook schrijven als decimale breuken. Getallen met decimalen worden ook wel kommagetallen genoemd.

$$2,3 \text{ kan je ook schrijven als } 2 \frac{3}{10}$$
$$14,34 \text{ kan je schrijven als } 14 \frac{34}{100} \text{ of ook als } 14 \frac{17}{50}$$
$$0,0003 \text{ kan je schrijven als } \frac{3}{10000}$$

Breuken omzetten naar decimalen

Om breuken te schrijven als een kommagetal kan je de breuk opvatting als een deling. Je zou een staartdeling kunnen maken:

$$\frac{2}{7} = ?$$

$$7/2 \quad \backslash 0,285714\dots$$

20

14
—
60

56
—
40

35
—
50

49
—
10

7
—
30

28
—
2

Kennelijk is $\frac{2}{7} \approx 0,285714\dots$

Er komt geen eind aan... Er valt hier nog van alles te ontdekken.

Breuken omzetten naar decimalen

Sommige breuken komen 'mooi' uit, bij andere breuken gaat de decimale ontwikkeling zich herhalen...

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{3} = 0,333\dots$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{6} = 0,1666\dots$$

$$\frac{1}{7} = 0,1428571428\dots$$

Breuken schrijven als procenten

Je kunt de breuken ook schrijven als procenten.

Een $\frac{1}{2}$ komt overeen met 50%.

Zo is $\frac{1}{3}$ gelijk aan $33\frac{1}{3}\%$... enz...



Je kunt hoog springen. Je kunt laag springen. Je kunt ook niet springen. Alles kan altijd beter maar dat gaat nooit vanzelf.

<http://www.wiswijzer.nl>