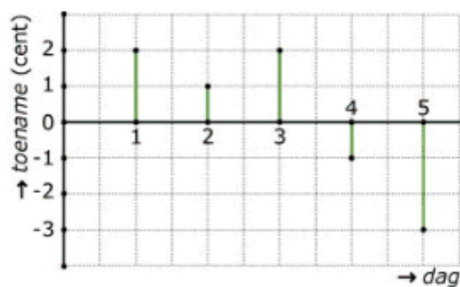


Hoofdstuk 7 - veranderingen



getal & ruimte HAVO wiskunde A deel 2

0. voorkennis

Plotten, schetsen en tekenen

Een grafiek plotten

Na het invoeren van de formule op de GR kies je een geschikt venster. Dat betekent dat je Xmin, Xmax, Ymin en Ymax zo moet kiezen dat alle bijzonderheden van de grafiek op het scherm te zien zijn.

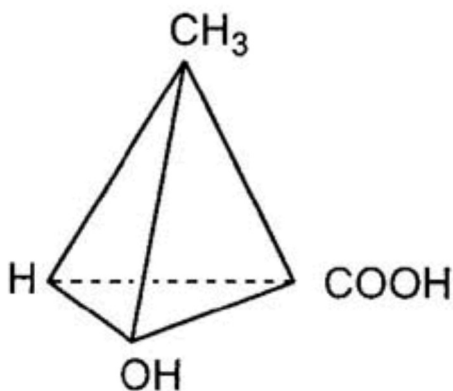
Een grafiek schetsen

Om een schets te maken plot je eerst de grafiek. Bij het schetsen gaat het vooral om de vorm van grafiek en de ligging ten opzichte van de assen. Vergeet niet de juiste variabelen bij de assen te zetten.

Een grafiek tekenen

Een tekening van een grafiek moet nauwkeurig zijn. Hierbij horen getallen bij de assen. Gebruik de GR om een tabel te maken. Teken de punten die uit de tabel volgen in het assenstelsel. Teken door deze punten de grafiek.

Melkzuur



Bij een experiment heeft men een model opgesteld voor de hoeveelheid melkzuur. Voor de eerste 10 minuten van het experiment geldt:

$$M(t) = -t^3 + 14t^2 - 57t + 122$$

met t in minuten en M in mg.

- De hoeveelheid melkzuur neemt eerst af en daarna weer toe. Bereken de minimale waarde van M gedurende de eerste 5 minuten. Rond eventueel af op 1 decimaal.
- Bereken de maximale waarde van M tussen $t=4$ en $t=8$ op 1 decimaal nauwkeurig.
- Bereken na hoeveel minuten de waarde van M gelijk is aan 60. Rond af op 1 decimaal.
- Met hoeveel procent neemt de waarde van M toe gedurende de zesde minuut?
- Na iets meer dan 9 minuten is er geen melkzuur meer. Bereken op 1 decimaal nauwkeurig de waarde van t op dat moment.

Zie **uitwerking melkzuur**

Toppen en snijpunten

Je kunt je GR gebruiken om de coördinaten van toppen en snijpunten van grafieken te berekenen. Je gebruikt de opties maximum en minimum om de coördinaten van de toppen te berekenen en de optie intersect voor het berekenen van de coördinaten van de snijpunten.

Hoe schrijf je bij gebruik van de GR de uitwerkingen op?

- ✓ Noteer de formule die je invoert, dus schrijf $Y1 = \dots$ en $Y2 = \dots$
- ✓ Noteer de optie(s) die je gebruikt en geef het resultaat.
- ✓ Beantwoord de gestelde vraag,

Voorbeeld

Gegeven: $f(x) = -0,4x^2 + 3x + 2$

- a. Bereken de coördinaten van de top op 2 decimalen nauwkeurig
- b. Bereken de coördinaten van de nulpunten op 2 decimalen nauwkeurig.
- c. Bereken de coördinaten van de snijpunten van f met de lijn $y = 3$ op twee decimalen.
- d. Bereken de coördinaten van de snijpunten van f met de lijn $y = \frac{1}{2}x - 2$ op twee decimalen.

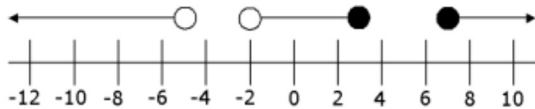
uitwerking voorbeeld

1. stijgen en dalen

Intervallen

Een **interval** is een deel van de getallenlijn.

$$\langle \leftarrow, -5 \rangle, \langle -2, 3 \rangle \text{ en } [7, \rightarrow \rangle$$



$$x < -5, -2 < x \leq 3 \text{ en } x \geq 7$$

Afspraak

Op de vraag 'op welke intervallen is de grafiek stijgend?' moet je de grootst mogelijke open intervallen noteren.

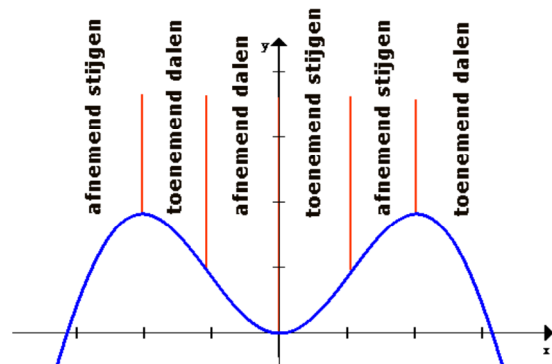
Maximum en minimum

Er kunnen meerdere maxima en minima zijn. Om aan te geven dat een punt het 'allerhoogste' punt spreken we van een absoluut maximum.

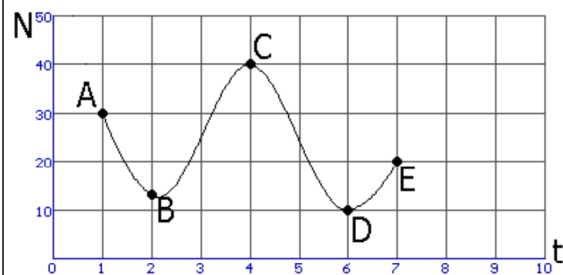
- ✓ Bij de toppen en de randpunten van een grafiek treden maxima en minima op.
- ✓ Denk er aan dat een maximum of een minimum een getal is.
- ✓ Het is de grootste of kleinste functiewaarde. Lokaal of absoluut.

Soorten van stijgen en dalen

De intervalnotatie gebruik je om aan te geven waar een functie **stijgend** of **dalend** is. Zowel bij stijgen als dalen onderscheiden we daarbij drie soorten: **constant**, **afnemend** en **toenemend**.



Voorbeeld



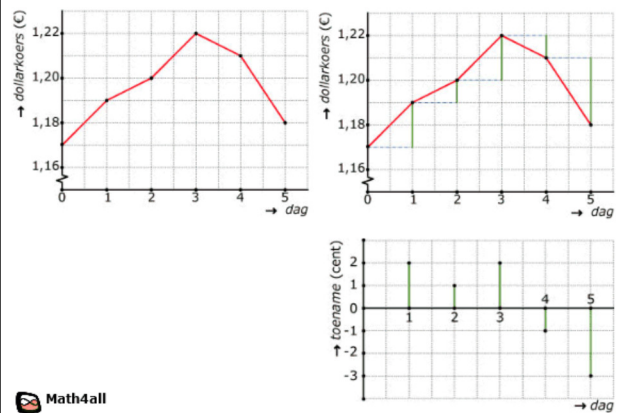
- a. Op welke intervallen is de grafiek stijgend?
- b. Op welke intervallen is de grafiek dalend?
- c. Bij welke punten treedt een maximum op?
- d. Geef het absolute maximum.
- e. Bij welke punten treedt een minimum op?
- f. Geef het absolute minimum.

2. toenamediagrammen

Om bij een gegeven grafiek een **toenamediagram** te tekenen maak je een **tabel** en zet in de tabel bij elk interval de bijbehorende toename.

In het toenamediagram teken je de toenamen als **verticale lijnstukjes** bij de rechtergrens van het interval.

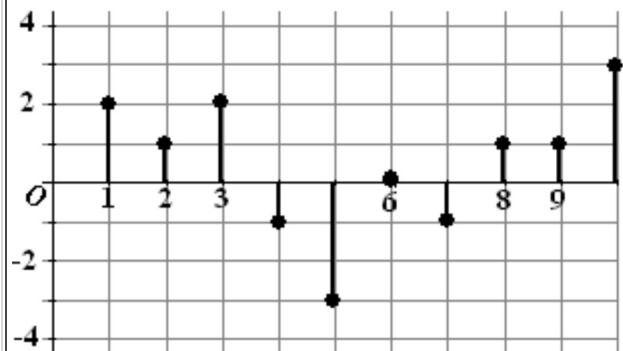
Je kunt ook een globale schets maken van een mogelijk grafiek bij een gegeven toenamediagram.



Van toenamediagram naar grafiek

Is een toenamediagram gegeven en de coördinaten van één punt van de grafiek dan kun je coördinaten van andere punten van de grafiek berekenen. Door deze punten is vervolgens een grafiek te tekenen.

Voorbeeld 1



Hier staat het toenamediagram van een functie f .

- ✓ Schets een mogelijke grafiek voor deze functie, als je weet dat hij door $(0,4)$ gaat.

Zie [uitwerking voorbeeld 1](#)

Formules en toenamediagrammen

Bij een gegeven formule kan je met je GR een tabel maken met de juiste stapgrootte.

Bereken vervolgens bij de tabel de toenamen.

Zie ook:

- ✓ Een tabel maken bij een functie
- ✓ Een tabel met toenamen
- ✓ Voorbeeld van een toenamediagram

Voorbeeld 2

Gegeven: $f(x) = x^2 - 4x + 4$

- ✓ Teken het toenamediagram voor $[0,5]$.

Zie **uitwerking voorbeeld 2**

3. differentiequotienten

Differentiequotient	Richtingscoëfficiënt	Formules
De gemiddelde verandering van y op een interval is gelijk aan: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ Voorbeeld Op het interval $[2, 5]$ is $\Delta y = 2$ en het differentiequotient is gelijk aan: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{5-2} = \frac{2}{3}$	Het differentiequotient van y op $[x_A, x_B]$ is: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ De volgende begrippen komen op hetzelfde neer: de gemiddelde verandering van y op $[x_A, x_B]$ het differentiequotient van y op $[x_A, x_B]$ de richtingscoëfficiënt (helling) van de lijn AB	Bij de formule $y = x^2 - 2x + 3$ bereken je het differentiequotient op $[0, 3]$ als volgt: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(3) - y(0)}{3 - 0} = \frac{6 - 3}{3} = 1$ Met $A(0, 3)$ en $B(3, 6)$ geldt: $rc_{AB} = 1$