

# Docentenhandleiding probleemaanpak



Willem van Ravenstein

<http://www.wiswijzer.nl>

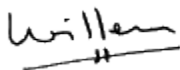
© 2020 – wiswijzer



## Inhoudsopgave

Inhoudsopgave.....	2
Meer lesmateriaal.....	3
Inleiding.....	4
Het probleemaanpak ABC.....	4
Wat is het idee? .....	5
Opdrachten .....	6
Opgave 3 – het vouwblaadje .....	6
Opgave 4 – driedeling van de hoek.....	6
Opgave 5 – een vierkant en een cirkel.....	6
Opgave 6 – het vliegtuig .....	7
Opgave 7 – intervaltraining.....	7
Opgave 8 – drie dochters .....	7
Opgave 9 – Max Bill.....	7
Opgave A – twee metselaars .....	7
Opgave B – het hekkenprobleem .....	7
Opgave C – een vierkant in vier stukken.....	7
Opgave D – twee slakken .....	7
Opgave E – hoeveel vierkanten?.....	7
Opgave F – kubusjes .....	7
Opgave G – de kapitein en zijn schip .....	7
Opgave H – een slak in de put .....	8
Toetsen .....	8
Vragen en opmerkingen.....	8

Den Haag - donderdag 5 maart 2020



[Probleemaanpak](#)

Een PO voor HAVO wiskunde B

€ 25,-

Meer lesmateriaal

# wiskundeleraar.nl

- [De taal van de wiskunde](#)  
Een cursus in 3 delen  
**Gratis**
- [Analyse +](#)  
Bijzondere krommen, numerieke methoden, recursie en programmeren met de grafische rekenmachine (Ti83/84)  
**Gratis**
- [Reader minor statistiek](#)  
Lesmateriaal statistiek voor de minor van de lerarenopleiding wiskunde.  
**Gratis**

Meer lesmateriaal is te vinden op: [wiskundeleraar](#)



## Inleiding

Probleemaanpak is een **praktische opdracht voor HAVO 4 wiskunde B**. De PO bestaat uit een aantal opdrachten die in de les in tweetallen gedaan worden. Het werk wordt klassikaal en individueel besproken. De PO wordt afgerond met een toets in tweetallen.

Het lespakket bestaat uit:

- Een werkboek met 15 opdrachten
- Een antwoordenboekje
- Een uitwerkingen boekje
- Een docentenhandleiding.

De docent kan het werkboek, antwoorden en eventueel de uitwerkingen zelf vermenigvuldigen en uitdelen aan de leerlingen.



### Het probleemaanpak ABC

Bij het oplossen van een probleem, maar ook bij het opstellen van een model voor een complexe situaties, werkt een systematische probleemaanpak als hulpmiddel.

Het AABC-systeem is zo'n systematische probleemaanpak. Het is geen garantie voor het vinden van de juiste oplossing, maar het maakt wel dat je niet maar gewoon achterover leunt: je doet iets. En vaak kom je daardoor op een idee, hopelijk meteen het juiste idee...

- [Math4all](#)

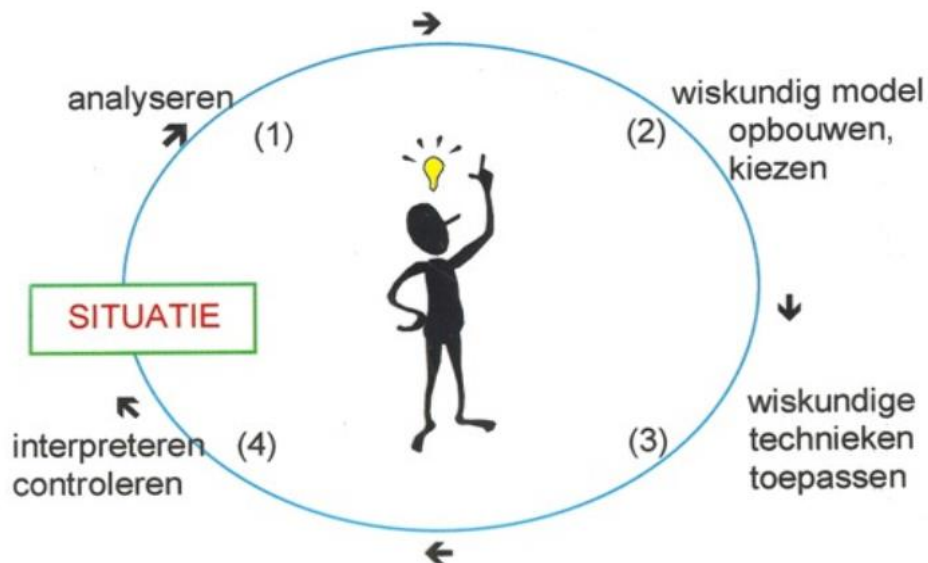
Alle rechten voorbehouden. © 2020 Stichting Math4All

## Wat is het idee?

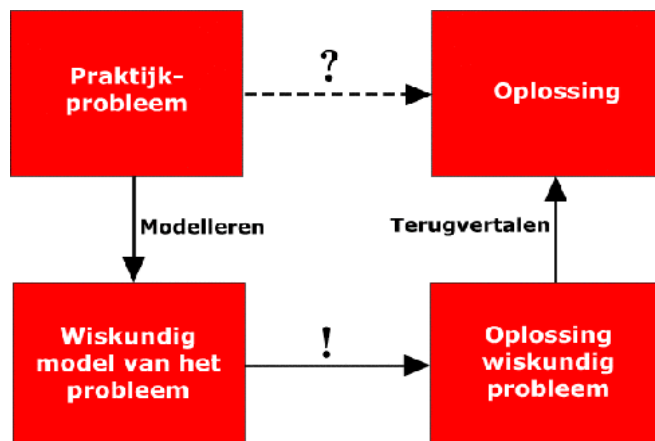
Leerlingen verdiepen zich bij HAVO wiskunde B allerlei onderwerpen: formules, grafieken en vergelijkingen, veranderingen, hoeken en afstanden, werken met formules, de grafische rekenmachine, machten, exponenten en logaritmen, wortels, de afgeleide functie, lijnen en cirkels, goniometrie, exponentiële verbanden, meetkundige berekeningen en verbanden en functies.

Daarnaast zou het mooi zijn als je leerlingen kan leren hoe je al die wiskundige kennis kan toepassen. Kan je daarmee ook problemen oplossen? En zo ja, hoe gaat dat dan?

Ik gebruik daarvoor meestal het volgende schema:



Of ook mooi:



Deze 'probleemaanpak' is een demonstratie van hoe je leerlingen kunt leren een probleem aan te pakken. Je kunt daarvoor het **probleemaanpak ABC** gebruiken, maar er zijn meer 'algemene principes' die daarbij zeker de moeite waard zijn. Deze opdracht is vooral **praktisch**.

De vaardigheden rondom 'probleemaanpak' zijn zeker ook voor de eindexamens erg nuttig. Daarnaast kan het kunnen oplossen van 'lastige opgaven' motiverend zijn voor het vak.

## Opdrachten

Het werkboek bestaat uit 15 problemen die moeten worden opgelost. In het lespakket is er een boekje met antwoorden en er is een boekje met uitwerkingen. Bij de uitwerkingen kunnen leerlingen algemene aanwijzingen vinden.

### Voorbeelden

- Denk bij cirkels altijd aan het middelpunt en de straal.
- Als je niet uit een algemene oplossing komt probeer dan een concreet geval.
- Denk bij figuren (driehoeken en vierhoeken) aan alle eigenschappen en formules die je kent. Gaat het over oppervlakte? Hoe bereken je de oppervlakte van een driehoek? Of van een vierhoek?

Dat soort overwegingen zijn voor leerlingen niet altijd vanzelfsprekend. Toch kan het ze helpen om een idee voor een oplossing te krijgen. In de rest van dit hoofdstuk zal ik de opdrachten bespreken vanuit dit perspectief: welke 'wijsheden' kunnen je helpen bij het oplossen van opgaven? Hoe kun je als docent deze denkactiviteiten bevorderen?

### Opgave 3 – het vouwblaadje

Bij rechthoekige driehoeken denk je in eerste instantie natuurlijk aan de **stelling van Pythagoras**. Bij meerdere rechthoekige driehoeken met dezelfde hoeken denk je aan **gelijkvormigheid**. Bij het vouwblaadje moet je dan nog even goed kijken naar de lengte van de zijden. Als je een zijde van 8 in tweeën deelt dan krijg je twee stukken van 4. Bedenk daarbij dat als je voor AP de lengte  $x$  neemt dat je dan de schuine zijde kan uitdrukken in  $x$ . Dat zijn veel stappen. Maar 't geeft wel precies aan waar leerlingen op zouden moeten letten:

- Stelling van Pythagoras
- Gelijkvormigheid
- Kies een handige variabele voor een lengte die je graag zou willen weten en probeer andere afmetingen of eigenschappen uit te drukken in die variabele.

Deze en andere thema's komen regelmatig terug. Dit is al een mooi begin. Je mag niet van leerlingen verwachten dat ze dit snel zo hadden bedacht, maar 't is wel een goed voorbeeld van de zaken waarop je zou kunnen letten. Tijdens de les kan je natuurlijk hints geven. Ken je een stelling die iets zegt over rechthoekige driehoeken? 😊

Mocht het wenselijk zijn dan kan dit ook aanleiding zijn om de theorie omtrent gelijkvormigheid nog even te herhalen. Hoe deden we dat ook alweer?

### Opgave 4 – driedeling van de hoek

Hints voor de leerlingen: de vraag is je je zoiets kan bewijzen? Teken MQ. Je krijgt dan gelijkzijdige driehoeken. Je weet dan dat de basishoeken gelijk zijn. Kan je  $\angle AMB$  uitdrukken in  $\angle APB$ ? Een tip is om te kijken hoe ver je kan komen als je voor hoek A een concrete waarde zou nemen. Neem bijvoorbeeld  $\angle APM = 20^\circ$ . Als dat kan dan lukt het misschien ook met  $\angle APM = x$ . Als je kunt laten zien dat  $\angle AMB = 3x$  dan ben je er.

### Opgave 5 – een vierkant en een cirkel

De eerste stappen. Teken het middelpunt P en kijk welke lijnstukken handig zijn om mee verder te rekenen. Kies een aantal handige variabelen. Zie uitwerkingen.

### Opgave 6 – het vliegtuig

Ook hier is het handig om 's uit te gaan van een concrete afstand. Neem 's aan dat de afstand Amsterdam-Moskou gelijk zou zijn aan 2500 km. Kan je dan de gemiddelde snelheid berekenen? Kan je het dan ook als de afstand gelijk aan A is?

Kennelijk kan je niet zo maar het gemiddelde uitrekenen van de snelheden. Dat is voor veel leerlingen een leermoment. Bij twijfel terug naar de basis!

### Opgave 7 – intervaltraining

Dit is een opgave uit de rekentoets. Bij deze opgave kan een leerling wederom terug naar de basis. De gemiddelde snelheid is afstand gedeeld door tijd.

### Opgave 8 – drie dochters

Goed lezen! 😊

Soms zit er niet veel anders op dan het opschrijven van alle mogelijkheden. 't Is een bekend probleem maar voor leerlingen is het een eyeopener. Iets weten doordat iemand iets niet weet... dat is verrassend.

### Opgave 9 – Max Bill

Als je de oppervlakte van een driehoek kent en je weet de hoogte dan kan je de zijde berekenen. Evenzo als je de oppervlakte weet en een zijde kan je de bijbehorende hoogte berekenen.

### Opgave A – twee metselaars

Dit is een lastige. Handig om te denken in snelheid. Hoeveel torens kunnen de metselaars per uur bouwen? Zie de uitwerking. De vergelijking kan eventueel opgelost worden met de grafische rekenmachine.

### Opgave B – het hekkenprobleem

Kies een handige variabele en reken de zaak 's door.

### Opgave C – een vierkant in vier stukken

Er zijn allerlei verbanden tussen a, b, c en d. Het stelsel van vier vergelijkingen met vier onbekenden geeft de oplossing.

### Opgave D – twee slakken

't Is vooral een kwestie van het kiezen van een handige variabele en de stelling van Pythagoras. Het oplossen van een tweedegraadsvergelijking. Hebben we dat tenminste niet voor niets geleerd... 😊

### Opgave E – hoeveel vierkanten?

Hier zijn een aantal aardige wetmatigheden te ontdekken. Iets met de som van kwadraten. Zie uitwerkingen.

### Opgave F – kubusjes

Het betere formulewerk. Zie uitwerkingen.

### Opgave G – de kapitein en zijn schip

Er is een 'aanpak' mogelijk voor dit soort problemen. In de uitwerking kan je dat terugvinden. In de map met het lespakket heb ik nog meer voorbeelden met uitwerkingen.

## Opgave H – een slak in de put

Dit is wel een beetje flauw... maar daarom niet minder belangrijk. Altijd blijven nadenken. Als je denkt 'zo simpel kan het niet zijn' bestaat altijd de mogelijkheid dat dat inderdaad zo is.

## Toetsen

In het pakket zijn de volgende toetsen met uitwerkingen opgenomen:

- Proeftoets
- Toets I
- Toets II

## Vragen en opmerkingen

Voor vragen en opmerkingen kan je altijd contact opnemen met:

Willem van Ravenstein  
Burgemeester Patijnlaan 1260  
2585 CJ Den Haag  
Mobiel: 0614705928

KvK: 76753131  
BTW: NL003133844B70

E-mail: [info@wiswijzer.nl](mailto:info@wiswijzer.nl)

---

“Er zijn dingen waar je energie van krijgt en dingen waar je alleen maar moe van wordt. De oplossing is om je vooral bezig te houden met het eerste. De rest doen anderen wel voor je...:-)”