

Hoofdstuk 7 – de afgeleide

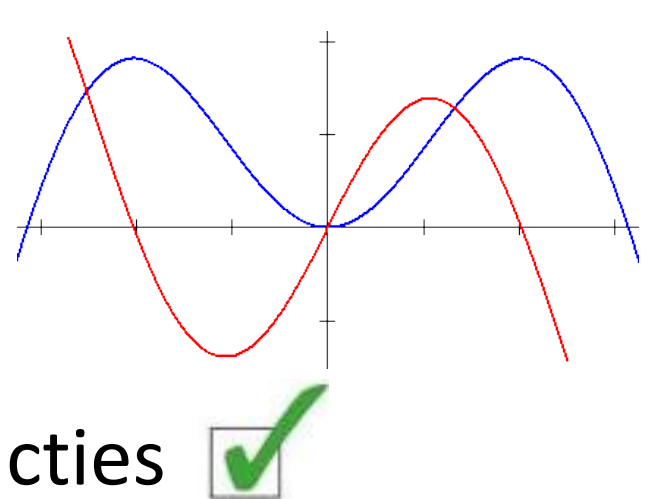


eperiment

taakgerichte
instructie

De afgeleide functie

- Raaklijnen en toppen
- Optimaliseren
- De productregel
- De afgeleide van machtsfuncties
- **De kettingregel**



Notaties voor de afgeleide van $y = f(x)$

$$f'(x)$$

$$y'$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{df(x)}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} f(x)$$

Programma van deze week

- Vandaag **les 4** over de kettingregel
- Donderdag verder oefenen
- Vrijdag toets over **les 4**

4hb

Probleem

- Hoe zou je deze functie differentiëren?

$$f(x) = (2x - 3)^{20}$$



Een ketting van functies...

$$f(x) = (2x - 3)^{20}$$

$$x \xrightarrow{g(x)=2x-3} 2x - 3 \xrightarrow{h(x)=x^{20}} (2x - 3)^{20}$$

$$\begin{cases} f(x) = (2x - 3)^{20} \\ g'(x) = 2 & \rightarrow f'(x) = 20(2x - 3)^{19} \cdot 2 \\ h'(x) = 20x^{19} \end{cases}$$

$$f'(x) = 40(2x - 3)^{19}$$

Een ketting van functies...

$$f(x) = (x^2 - 1)^3$$

$$x \xrightarrow{g(x)=x^2-1} x^2 - 1 \xrightarrow{h(x)=x^3} (x^2 - 1)^3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = (x^2 - 1)^3 \\ g'(x) = 2x \\ h'(x) = 3x^2 \end{array} \right. \rightarrow f'(x) = 3(x^2 - 1)^2 \cdot 2x$$

$$f'(x) = 6x \cdot (x^2 - 1)^2$$

Proberen!

$$f(x) = (5x - 1)^6$$

$$g(x) = (1 - x^5)^6$$

$$h(x) = (x^9 - x)^6$$



1

$$f(x) = (5x - 1)^6$$

$$f'(x) = 6(5x - 1)^5 \cdot 5$$

$$f'(x) = 30(5x - 1)^5$$



2

$$g(x) = (1 - x^5)^6$$

$$g'(x) = 6(1 - x^5)^5 \cdot -5x^4$$

$$g'(x) = -30x^4 (1 - x^5)^5$$



3

$$h(x) = (x^9 - x)^6$$

$$h'(x) = 6(x^9 - x)^5 \cdot (9x^8 - 1)$$

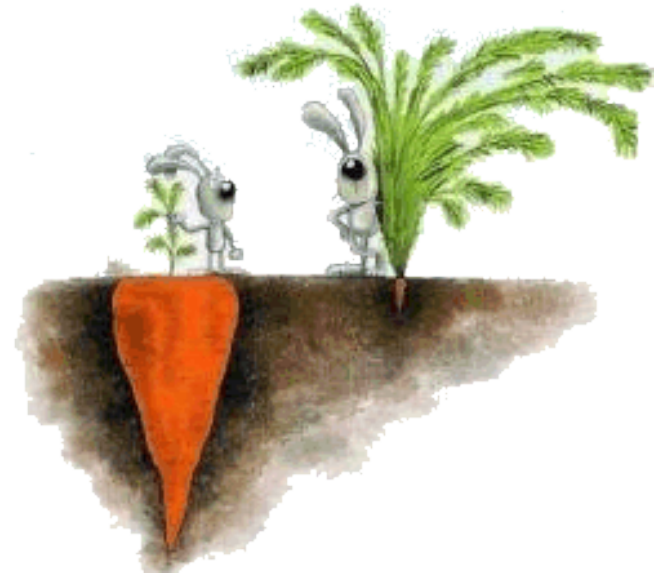


Met wortels

$$f(x) = \sqrt{3x - 2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x - 2}} \cdot 3$$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x - 2}}$$



$$g(x) = (x + \sqrt{x})^3$$

$$g'(x) = 3(x + \sqrt{x})^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

Oefenen met wortels

1. $f(x) = 2\sqrt{3x}$	2. $g(x) = \sqrt{1 - x^5}$	3. $h(x) = (x - \sqrt{x})^3$
---------------------------	-------------------------------	---------------------------------



1

$$f(x) = 2\sqrt{3x}$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{3x}} \cdot 3$$

$$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{3x}}$$



2

$$g(x) = \sqrt{1 - x^5}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1 - x^5}} \cdot -5x^4$$

$$g'(x) = -\frac{5x^4}{2\sqrt{1 - x^5}}$$



3

$$h(x) = (x - \sqrt{x})^3$$

$$h'(x) = 3(x - \sqrt{x})^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$



Samen met de productregel

- Hoe berekenen je hier de afgeleide?

$$f(x) = x^3 \cdot (2x - 3)^2$$

productregel?



Product- en kettingregel

$$f(x) = x^3 \cdot (2x - 3)^2$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot (2x - 3)^2 + x^3 \cdot 2(2x - 3) \cdot 2$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot (2x - 3)^2 + 4x^3 \cdot (2x - 3)$$

OK!

Oefenen!

1.

$$f(x) = (3x - 2)(9x - 2)$$

2.

$$g(x) = x^2 \cdot \sqrt{1 - x}$$

3.

$$h(x) = \frac{2x - 3}{3x + 2}$$



1

$$f(x) = (3x - 2)(9x - 2)$$

$$f'(x) = 3(9x - 2) + (3x - 2) \cdot 9$$

$$f'(x) = 27x - 6 + 27x - 18$$

$$f'(x) = 54x - 24$$



2

$$g(x) = x^2 \cdot \sqrt{1-x}$$

$$g'(x) = 2x \cdot \sqrt{1-x} + x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \cdot -1$$

$$g'(x) = 2x \cdot \sqrt{1-x} - \frac{x^2}{2\sqrt{1-x}}$$



3

$$h(x) = \frac{2x - 3}{3x + 2}$$

$$h(x) = (2x - 3)(3x + 2)^{-1}$$

$$h'(x) = 2(3x + 2)^{-1} + (2x - 3) \cdot -1 \cdot (3x + 2)^{-2} \cdot 3$$

$$h'(x) = \frac{2}{3x + 2} - \frac{3(2x - 3)}{(3x + 2)^2}$$

$$h'(x) = \frac{2}{3x + 2} - \frac{6x - 9}{(3x + 2)^2}$$



Wanneer gebruik je welke regel?

A $f(x) = (x^2 + 2)(2x - 1)$

B $h(x) = (2x + 2)^6 \cdot (10 - x)^2$

C $f(x) = (3x^2 + 4x + 2)^6$

D $g(x) = (12 - x)^{32}$

E $g(x) = (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 4x + 8)$

F $f(x) = -x \cdot (5 - x)^4$

Uit het boek

Opgaven: A54, A56, 59, 60 en A64

